Sujet 1

Python

Exercice 1. Soit (u_n) la suite définie par : $\left\{\begin{array}{l} u_{n+1}=5u_n-4 \\ u_0=2 \end{array}\right.$

Exprimer u_n en fonction n.

Exercice 2. Soit (u_n) la suite de définie par : $\left\{\begin{array}{l} u_{n+2}=4u_{n+1}-4u_n \\ u_0=1, u_1=4 \end{array}\right.$

Sujet 2

Python

Exercice 1. Soit (u_n) la suite définie par : $\left\{\begin{array}{l} u_{n+1}=3u_n-8 \\ u_0=1 \end{array}\right.$

Exprimer u_n en fonction n.

Exercice 2. Soit (u_n) la suite définie par $\left\{\begin{array}{l} u_{n+2}=2u_{n+1}+3u_n \\ u_0=2, u_1=2 \end{array}\right.$

Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 3. Calculer $\displaystyle\sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant n} \frac{i}{j}$

Sujet 3

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Calculer $\displaystyle\sum_{k=n}^{2n} k(k-2), n \geqslant 1$

b) Calculer $\displaystyle\prod_{k=1}^{n} \frac{k(k+2)}{(k+1)^2}, n \geqslant 1$

Exercice 2. Calculer u_n en fonction de n

lorsque, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

1. $u_{n+1}=3u_n+2, u_0=1$
2. $\left\{\begin{array}{l} u_{n+2}=u_{n+1}+2u_n \\ u_0=4, u_1=-7 \end{array}\right.$

Sujet 4

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Calculer $\displaystyle\prod_{k=n}^{2n} (2k+1)$

b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1}\left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right)$

Exercice 2. Calculer u_n en fonction de n lorsque, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

1. $\left\{\begin{array}{l} u_{n+1}=2u_n+1 \\ u_0=1 \end{array}\right.$
2. $\left\{\begin{array}{l} u_{n+2}=u_{n+1}+6u_n \\ u_0=2, \quad u=-1 \end{array}\right.$

Sujet 5

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Calculer $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \ln\left(\frac{k(k+2)}{(k+1)(k+3)}\right. \quad n \geqslant 1$

b) Calculer $\displaystyle\sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant n} \frac{i}{j}, n \geqslant 1$

Exercice 2. Calculer u_n en fonction de n lorsque, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

1. $u_{n+1} = 5u_n + 4, u_0 = 1$
2. $\begin{cases} u_{n+2} = -u_{n+1} + 6u_n \\ u_0 = 2, \quad u = -1 \end{cases}$

Sujet 6

Exercice 1. Soit n un entier non nul. Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} k \binom{n}{k}$

Exercice 2.

1. Soit $p \in [\![0, n]\!]$. En utilisant la formule de Pascal, montrez que $\left(\begin{array}{c} k \\ p \end{array}\right)$ peut s'écrire sous la forme $a_{k+1} - a_k$. Déduisez-en que
$$\sum_{k=p}^{n} \left(\begin{array}{c} k \\ p \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} n+1 \\ p+1 \end{array}\right).$$
2. Déterminez des entiers a et b tels que $k^2 = a\left(\begin{array}{c} k \\ 2 \end{array}\right) + b\left(\begin{array}{c} k \\ 1 \end{array}\right)$. En utilisant 1), déduisez-en la valeur de la somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$.

Exercice 3. Calculer u_n en fonction de n lorsque, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

1. $u_{n+1} = 3u_n + 4, u_0 = 7$
2. $\begin{cases} u_{n+2} = -6u_{n+1} - 9u_n \\ u_0 = 1, \quad u = 2 \end{cases}$

Exercice 2

Soit n un entier non nul.

1. Calculer :
$$a)\ \sum_{k=1}^{n} \frac{3^{2k-1}}{2^{3k+2} \times 9^{k+2}} \quad b)\ \sum_{k=n}^{2n} k(k-2) \quad c)\ \sum_{k=1}^{n} \ln\left(\frac{k(k+2))}{(k+1)(k+3)}\right)$$
2. Calculer :
$$a)\ \prod_{k=1}^{n} \frac{2 \times 3^{2k-1}}{9^{k+2}} \quad b)\ \prod_{k=n}^{2n} (2k+1) \quad c)\ \prod_{k=1}^{n} \frac{k(k+2)}{(k+1)^2}$$
3. Calculer :
$$\text{a)} \sum_{1\leqslant i,j\leqslant n} 2022 \quad \text{b)} \sum_{1\leqslant i,j\leqslant n} i^3 \quad \text{c)} \sum_{1\leqslant i,j\leqslant n} (i+j)$$
$$\text{d)} \sum_{1\leqslant i,j\leqslant n} (i+j)^2 \quad \text{e)} \sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant n} \frac{i}{j} \quad \text{f)} \sum_{1\leqslant i,j\leqslant n} \max(i,j)$$