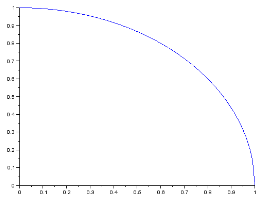
Correction du TP12

Calcul intégral

Exercice 1 1. Pour tracer la fonction sur Scilab, on entre les instructions suivantes dans la console:

```
-->function y=f(x)
-->y=sqrt(1-x^2)
-->endfunction
-->x=0:0.01:1;
-->plot(x,f)
```

On obtient la figure suivante:



2. Remarquons que si $a=0$ et $b=1$, $I_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)$. Voici la procédure pour calculer I_n:

```
n=input('Donner une valeur de n: ')
function y=f(x)
    y=sqrt(1-x^2)
endfunction
I=0
for i=1:n do
    I=I+f(i/n)
end
I=I/n
disp(I)
```

3. On teste la procédure pour $n=100$ et $n=1000$:

```
-->exec('C:\TP11\exo1a.sce', -1)
Donner une valeur de n: 100
    0.7801042579448
-->exec('C:\TP11\exo1a.sce', -1)
Donner une valeur de n: 1000
    0.7848888667278
```

On remarque que plus n est grand, plus la valeur de I_n est proche de $\frac{\pi}{4} \simeq 0.7853981$.

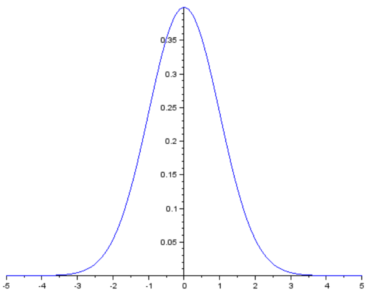
4. Voici la procédure pour obtenir le plus petit entier naturel n_0 tel que $\left|I_n - \frac{\pi}{4}\right| < 10^{-3}$:

```
function y=f(x)
    y=sqrt(1-x^2)
endfunction
I=0
n=0
while abs(I-%pi/4)>=10^-3 do
    n=n+1
    I=0
    for i=1:n do
        I=I+f(i/n)
    end
    I=I/n
end
disp(n)
```

Exercice 2 1. Pour tracer la fonction sur Scilab, on entre les instructions suivantes dans la console:

```
-->function y=g(x)
-->y=(1/sqrt(2*%pi))*exp(-(x^2)/2)
-->endfunction
-->x=-5:0.01:5;
-->plot(x,g)
```

On obtient la figure suivante:



2. Voici la procédure pour calculer I_n:

```
n=input('Donner une valeur de n: ')
a=input('Donner une valeur de a: ')
b=input('Donner une valeur de b: ')
function y=g(x)
    y=(1/sqrt(2*%pi))*exp(-(x^2)/2)
endfunction
I=0
for i=1:n do
    I=I+g(a+i*(b-a)/n)
end
I=I*(b-a)/n
disp(I)
```

3. On teste pour différentes valeurs de a, b et n:

```
-->exec('C:\TP\TP11\exo2a.sce', -1)
Donner une valeur de n: 100
Donner une valeur de a: -2
Donner une valeur de b: 2
    0.9544709416896

-->exec('C:\TP\TP11\exo2a.sce', -1)
Donner une valeur de n: 100
Donner une valeur de a: -5
Donner une valeur de b: 5
    0.9999994143528
```

On remarque que plus a est petit et b est grand, et plus I_{100} est proche de 1. On peut conjecturer que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1$$

Exercice 3 Voici les résultats:

$$A = \frac{59}{6} \qquad B = \frac{1}{15} \qquad C = \ln(2/3)$$

$$D = \frac{e^2 - e^{-2}}{4} \qquad E = 1 + e^{-2} \qquad F = \frac{e^2 - 4e + 1}{4}$$