Exercice 1. *Les applications suivantes sont-elles injectives ? surjective ? bijectives ? Justifier votre réponse :*

1. $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sqrt{x^2+1}$
2. $g\colon \mathbb{R} \to [0\,;+\infty[,\ x \mapsto |x|+1.$
3. $h\colon [0\,;+\infty[\to [0\,;+\infty[,\ x \mapsto \dfrac{2x+3}{x+1}$

Exercice 2. *Soient* $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ *et* $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ *les applications définies par :*

$$\forall k \in \mathbb{N}, f(k) = 2k \ \textit{et}\ g(k) = \begin{cases} k/2 & \textit{si } k \textit{ est pair} \\ (k-1)/2 & \textit{si } k \textit{ est impair} \end{cases}$$

1. *Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité de* f *et de* g.
2. *Préciser les applications* $g \circ f$ *et* $f \circ g$.
   Étudier leur injectivité, surjectivité et bijectivité.

Exercice 3. *(facultatif)*

Soit $f\colon E \to F$ *une application.*

1. *Montrer*
$$\forall A, A' \in \mathcal{P}(E), f(A \cup A') = f(A) \cup f(A') \ \textit{et}\ f(A \cap A') \subset f(A) \cap f(A')$$
2. *Montrer que* f *est injective si, et seulement si,*
$$\forall A, A' \in \mathcal{P}(E), f(A \cap A') = f(A) \cap f(A')$$
3. *Montrer que :*
   f *est bijective si, et seulement si,*
$$\forall A \in \mathcal{P}(E), f(\overline{A}) = \overline{f(A)}$$