Exercice 1.

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 2$ *et* $u_{n+1} = 2u_n + n^2 - 1$. *Déterminer trois réels* a, b *et* c *tels que la suite* (v_n) *définie par* $v_n = u_n + an^2 + bn + c$ *soit géométrique. En déduire la valeur de* u_n *en fonction de* n.

Exercice 2.

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 3$ *et* $u_{n+1} = 7u_n^2$.

1. *Montrer que* (u_n) *est à termes strictement positifs.*
2. *Exprimer* $\ln u_n$ *en fonction de* n.
3. *En déduire l'expression de* u_n *en fonction de* n.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 2$ *et* $u_{n+1} = 2u_n^3$. *Exprimer* u_n *en fonction de* n.

Exercice 4.

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 16$ *et* $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$. *Exprimer* u_n *en fonction de* n.

Exercice 5.

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 =$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + 3^n$. *Montrer que la suite* (v_n) *définie par* $v_n = \dfrac{u_n}{3^n}$ *est une suite arithmético-géométrique. En déduire les valeurs de* v_n *puis de* u_n.

Exercice 6. *Déterminer pour chacune des suites récurrentes linéaires suivantes la valeur de* u_n *en fonction de* n *:*

1. $u_0 = 0;\ u_1 = 1$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$.
2. $u_0 = 0;\ u_1 = 1$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 6u_{n+1} - 9u_n$.
3. $u_0 = 1;\ u_1 = -1$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n$.

Exercice 7.

Soit (u_n) *la suite définie par* $u_0 = 4$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n - 2} + 2$.

1. *Montrer que* (u_n) *est bien définie et que* $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n > 2$.
2. *On considère désormais la suite* (v_n) *définie par* $v_n = ln(u_n - 2)$. *Expliquer pourquoi* (v_n) *est bien définie.*
3. *Déterminer la nature de la suite* (v_n).
4. *En déduire la valeur de* u_n.

Exercice 8.

Adapter la méthode utilisée dans l'exercice précédent pour déterminer la forme explicite de la suite définie par $u_0 = 5$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n^2 - 6u_n + 12$. *(Indication :* $x^2 - 6x + 12 = (x-3)^2 + 3$*)*

Exercice 9.

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 1$ *et* $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + 2u_{n-1} + 2u_{n-2} + \cdots + 2u_0$. *Déterminer la valeur de* u_n *(mais si, regardez mieux, c'est une suite d'un type qu'on maitrise, il y a juste une petite modification à faire).*

Exercice 10.

On cherche à déterminer toutes les suites (u_n) *vérifiant la récurrence non linéaire :*

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 3.$$

1. *Déterminer deux réels* a *et* b *tels que la suite* (v_n) *définie par* $v_n = an + b$ *vérifie la relation ci-dessus.*
2. *Montrer que la suite* (z_n) *définie par* $z_n = u_n - v_n$ *est alors d'un type bien connu, et en déduire la valeur de* z_n *puis celle de* u_n *(en fonction des premières valeurs de la suite).*

Exercice 11. *Adapter la méthode utilisée dans l'exercice précédent pour déterminer la forme explicite des suites vérifiant*

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} - 4u_{n+1} + 4u_n = 2\ 017.$$