

Sujet 1

Question de cours

Définition de $\binom{n}{k}$ et formule de triangle du Pascal. Preuve algébrique.

Python

Écrire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer un nombre flottant x , et qui affiche : le carré, la racine carrée, la partie entière, l'inverse, l'exponentielle, le logarithme, la valeur absolue du nombre.

Exercice 1

Calculer les sommes :

1. $\sum_{k=1}^n k 2^k \binom{n}{k}$
2. $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k}$
3. $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{k+1} \binom{n-1}{k}$

Exercice 2

Calculer :

1. $\sum_{1 \leq i, j \leq n} i + j$
2. $\sum_{1 \leq j < i \leq n} (i-1)(n-j+1)$

Sujet 2

Question de cours

Que représente $\binom{n}{k}$ pour un ensemble à n éléments ?

Montrer que pour tout entier n et pour tout $k \in \llbracket 0; n \rrbracket$ on a : $\frac{1}{n+1} \binom{n+1}{k+1} = \frac{1}{k+1} \binom{n}{k}$

Python

Écrire un programme qui permet de calculer le discriminant d'un polynôme du second degré.

Exercice 1

Calculer P lorsque :

1. $P = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)$.

2. $P = \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$.

3. $P = \prod_{k=1}^n \frac{(k+1)(k+2)}{k(k+3)}$.

Exercice 2

Calculer :

1. $\sum_{1 \leq i, j \leq n} ij$.

2. $\sum_{1 \leq j \leq i \leq n} j(n-i+1)$

Sujet 3

Question de cours

Définition de $\binom{n}{k}$ et formule de triangle du Pascal. Preuve combinatoire.

Python

Écrire un script qui compte le nombre de caractères blancs ' ' contenus dans la chaîne 'La France est championne du monde'

Exercice 1

Soit $(n, p) \in \mathbb{N}^*$. On pose $S = \sum_{k=p}^n \binom{k}{p}$.

1. En utilisant un résultat du cours, justifier sans calcul que pour tout entier $k > p$ on a $\binom{k}{p} = \binom{k+1}{p+1} - \binom{k}{p+1}$
2. En déduire la valeur de S .

Exercice 2

Calculer

1. $\sum_{1 \leq i, j \leq n} ij^2$
2. $\sum_{k=0}^n \left(\sum_{j=k}^n \frac{k}{j+1} \right)$

Sujet 4

Question de cours

Rappeler la formule du binôme de Newton.

Développer $(1 - x)^6$ en utilisant la formule du binôme de Newton.

Exercice 1

Calculer :

$$1. \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$$

$$2. \sum_{k=0}^n k(k-1) \binom{n}{k}$$

$$3. \sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$$

Exercice 2

Calculer

$$1. \sum_{1 \leq i, j \leq n} i^2 j^2$$

$$2. \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=i}^n \frac{1}{j} \right)$$

Sujet 5**Question de cours**

Montrer que $\text{card}(\mathcal{P}(\llbracket 1; n \rrbracket)) = 2^n$.

Python**Exercice 1**

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

$$\prod_{k=1}^n (4k - 2) = \prod_{k=1}^n (n + k)$$

Exercice 2

A partir des valeurs connues de $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$ et $\sum_{k=1}^n k^3$, calculer :

$$\text{a) } \sum_{1 \leq i, j \leq n} |i - j| \quad \text{b) } \sum_{1 \leq i < j \leq n} i^2 j$$

Sujet 6

Question de cours

Définition de $\binom{n}{k}$ et formule de triangle du Pascal. Preuve combinatoire.

Python

On considère la liste $L = [2, 17, 7, 85, 86, 20, 21, 34, 37, 83, 100]$.

1. Classer la liste L
2. Compter le nombre d'éléments de L.
3. Afficher son maximum et son minimum dans une liste à deux éléments.
4. Rajouter les nombres 12 et 13 à la liste L et supprimer le nombre 17.
5. Supprimer le dernier élément de la liste.
6. Vérifier que le nombre 7 est présent dans la liste.

Exercice 1

A partir des valeurs connues de $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$ et $\sum_{k=1}^n k^3$, calculer :

$$\text{a) } \sum_{1 \leq i, j \leq n} (i+j)^2 \quad \text{b) } \sum_{1 \leq i < j \leq n} ij \quad \text{c) } \sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$$

Exercice 2

1. $\sum_{k=0}^n (-2)^{n-k} \binom{n}{k}$
2. $\sum_{k=0}^{2n} (-3)^k \binom{2n}{k}$
3. $\sum_{k=0}^{2n} (-3)^{n-k} \binom{2n}{k}$