Exercice 1

Développer et réduire mentalement :

1. $A = x(5x+2) - 2x$
   Réponse : $A = 5x^2$
2. $B = (2x+3)(3x+2) - 13x - 6$
   Réponse : $B = 6x^2$
3. $C = (2x+3)(2x-3) + 9$
   Réponse : $C = 4x^2$
4. $D = (5x+3)(2x+1) - (7x+4)(x+1)$
   Réponse : $D = 3x^2 - 1$
5. $E = (5x+3)^2 - 30x - 9$
   Réponse : $D = 25x^2$

Exercice 2

Factoriser mentalement :

1. $A = x(4x+1) - x(3x+5)$
   Réponse : $A = x(x-4)$
2. $B = (2x-5)(13x+5) - (2x-5)(3x+2)$
   Réponse : $B = (2x-5)(10x+3)$
3. $C = (7x+3)^2 - 9$
   Réponse : $7x(7x+6)$
4. $D = x^2 + 16x + 64$
   Réponse : $D = (x+8)^2$
5. $E = x^2 - 18x + 81$
   Réponse : $E = (x-9)^2$

Exercice 3

Développer et réduire mentalement :

1. $A = (x+y)^2 + (x-y)^2$
   Réponse : $A = 2x^2 + 2y^2)$
2. $B = (x+y)^2 - (x-y)^2$
   Réponse : $B = 4xy$
3. $C = (x+y)^2 + (2x+2y)^2$
   Réponse : $5x^2 + 10xy + 5y^5$
4. $D = (2x+2y)^2 - (x+y)^2$
   Réponse : $3x^2 + 6xy + 3y^2$
5. $E = (x+y)(3x-3y)$
   Réponse : $E = 3x^2 - 3y^2$

Exercice 4

Développer et réduire les expressions suivantes :

1. $A = (2x+3)^2 - (7x-3)^2$
   $= 4x^2 + 12x + 9 - (49x^2 - 42x + 9)$
   $= 4x^2 + 12x + 9 - 49x^2 + 42x - 9$
   $= -45x^2 + 54x$
2. $B = -(-2x+3)(2x+3) + 2(2x-3)(4x-12)$
   $= (2x-3)(2x+3) + 8(2x-3)(x-3)$
   $= (2x-3)(2x+3) + 8(2x-3)(x-3)$
   $= 4x^2 - 9 + 8(2x^2 - 9x + 9)$
   $= 4x^2 - 9 + 16x^2 - 72x + 72$
   $= 20x^2 - 72x + 63$
3. $C = (x+3y)^2 + (3x-y)^2$
   $= x^2 + 6xy + 9y^2 + 9x^2 - 6xy + y^2$
   $= 10x^2 + 10y^2$
4. $D = (x+3y)^2 - (3x-y)^2$
   $= x^2 + 6xy + 9y^2 - 9x^2 + 6xy - y^2$
   $= -8x^2 + 12xy + 8y^2$

Exercice 5

Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 2x^2 - 50$
   $= 2(x^2 - 25)$
   $= 2(x^2 - 5^2)$
   $= 2(x+5)(x-5)$
2. $B = (5x+3)^2 - (3x-4)^2 = (5x+3+3x-4)(5x+3-(3x-4))$
   $= (8x-1)(2x+7)$
3. $C = 4x^2 - 49(x-6)^2 = (2x)^2 - (7(x-6))^2$
   $= (2x)^2 - (7(x-6))^2$
   $= (2x + 7(x-6))(2x - 7(x-6))$
   $= (9x-42))(-5x+42))$
4. $D = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$
5. $E = 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x+2)^2$

Exercice 6

Calculer et mettre sous forme irréductible les expressions suivantes :

1. $A = \dfrac{5}{6} - \dfrac{7}{18} + \dfrac{3}{5}$
   $= \dfrac{5}{2\times 3} - \dfrac{7}{2\times 3\times 3} + \dfrac{3}{5}$
   $= \dfrac{5\times 3\times 5 - 7\times 5 + 3\times 2\times 3\times 3}{2\times 3\times 3\times 5}$
   $= \dfrac{75 - 35 + 54}{90} = \dfrac{94}{90} = \dfrac{47}{45}$.
2. $B = \left(5 - \dfrac{3}{8}\right)\left(\dfrac{4}{9} - \dfrac{2}{7}\right) = \dfrac{37}{8} \times \dfrac{10}{63}$
   $= \dfrac{37}{4} \times \dfrac{5}{63} = \dfrac{37}{4} \times \dfrac{5}{63} = \dfrac{185}{252}$
3. $C = \dfrac{\dfrac{5}{3} - \dfrac{7}{2}}{2 - \dfrac{5}{6}} = \dfrac{-\dfrac{11}{6}}{\dfrac{7}{6}} = -\dfrac{11}{7}$
4. $D = \dfrac{3 - 5\left(\dfrac{10}{3} - 4\right)}{1 - \dfrac{3}{4}} = \dfrac{3 + \dfrac{10}{3}}{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\dfrac{19}{3}}{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{76}{3}$
5. $E = \dfrac{-2 + \dfrac{11}{8}}{\dfrac{5}{3 + \dfrac{9}{4}} - 1} = \dfrac{-\dfrac{5}{8}}{\dfrac{5}{\dfrac{21}{4}} - 1} = \dfrac{-\dfrac{5}{8}}{\dfrac{20}{21} - 1}$
   $= \dfrac{-\dfrac{5}{8}}{-\dfrac{1}{21}} = \dfrac{105}{8}$

Exercice 7

Simplifier :

1. $A = 7 \times 2^{16} - 3 \times 2^{17} = 2^{16}(7 - 3 \times 2) = 2^{16}$.

2. $B = \dfrac{2^{-15} \times (-3)^7 \times 15^{-30} \times 14^3}{6^{17} \times 15^{-30} \times 21^3}$
$= -\dfrac{2^{-15} \times 3^7 \times \cancel{15^{-30}} \times 2^3 \times \cancel{\times 7^3}}{2^{17} \times 3^{17} \times \cancel{15^{-30}} \times 3^3 \cancel{\times 7^3}}$
$= -2^{-15+3-17} \times 3^{7-17-3} = -2^{-29} \times 3^{-13}$

3. $C = 1 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{2016} = \dfrac{2^{2017} - 1}{2 - 1} = 2^{2017} - 1$

4. $D = 1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \cdots + 2^{-2016}$
$= 1 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^1 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2016}$
$= \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2017}}{1 - \dfrac{1}{2}} = 2 - 2^{-2016}$

5. $E = 1 - 2^{-1} + 2^{-2} - \cdots + 2^{-2016}$
$= 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{2016}$
$= \dfrac{1 - \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{2017}}{1 + \dfrac{1}{2}} = \dfrac{1}{3}\left(2 + 2^{-2016}\right)$

Exercice 8

Simplifier :

1. $A = \sqrt{50} - 5\sqrt{18} = 5\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = -10\sqrt{2}$.
2. $B = \left(\sqrt{2 + \sqrt{2}} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}\right)^2$
$= 2 + \cancel{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2 - \sqrt{2}} + 2 - \cancel{\sqrt{2}}$
$= 4 + 2\sqrt{4 - 2} = 4 + 2\sqrt{2}$.
3. $C = \sqrt{10 - 2\sqrt{21}} = \sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$
4. $D = \dfrac{1}{\sqrt{3} + 1} = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}$
5. $E = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3} + 1} + \dfrac{1}{2 + \sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{6} + 2}$
$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2} + \dfrac{2 - \sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{6} - 2}{2}$
$= \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2}$

Exercice 9

Ecrire sous forme canonique :

1. $f(x) = 2x^2 + x + 1 = 2(x - \alpha)^2 + \beta$ où $\alpha = -\dfrac{1}{4}$
et $\beta = f(\alpha) = f\left(-\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{7}{8}$.
Donc $f(x) = 2(x + \dfrac{1}{4})^2 + \dfrac{7}{8}$.
2. $g(x) = 3x^2 + 4x - 5$.
$g(x) = 3x^2 + 4x - 5 = 3(x - \alpha)^2 + \beta$ où $\alpha = -\dfrac{2}{3}$
et $\beta = g(\alpha) = g\left(-\dfrac{2}{3}\right) = -\dfrac{19}{3}$.
Donc $g(x) = 3\left(x + \dfrac{2}{3}\right)^2 - \dfrac{19}{3}$.

Exercice 10

Résoudre les inéquations en utilisant un tableau de signes : 1.

$$\begin{aligned} (2x+6)^2 \geqslant (7x+9)^2 &\Leftrightarrow \quad (7x+9)^2 - (2x+6)^2 \leqslant 0 \\ &\Leftrightarrow \quad (9x+15)(5x+3)^2 \leqslant 0 \\ &\Leftrightarrow \quad 3(3x+5)(5x+3)^2 \leqslant 0 \end{aligned}$$

Grâce au tableau de signes on obtient

$$S = [-\frac{5}{3}\,; -\frac{3}{5}].$$

2.

$$\begin{aligned} &(5-4x)(3x-4) \leqslant (-6x+8)(2x-3) \\ &\Leftrightarrow (5-4x)(3x-4) \leqslant -2(3x-4)(2x-3) \\ &\Leftrightarrow (5-4x)(3x-4) + 2(3x-4)(2x-3) \leqslant 0 \\ &\Leftrightarrow (3x-4)(5-4x) + (3x-4)(4x-6) \leqslant 0 \\ &\Leftrightarrow -(3x-4) \leqslant 0 \\ &\Leftrightarrow 3x - 4 \geqslant 0 \end{aligned}$$

Grâce au tableau de signes on obtient

$$S = [\frac{4}{3}\,; +\infty[.$$

3.

$$\begin{aligned} &(3-5x)(2x+1) > 4x^2 - 1 \\ &\Leftrightarrow (3-5x)(2x+1) > (2x-1)(2x+1) \\ &\Leftrightarrow (3-5x)(2x+1) - (2x-1)(2x+1) > 0 \\ &\Leftrightarrow (-7x+4)(2x+1) > 0 \end{aligned}$$

Grâce au tableau de signes on obtient

$$S =]-\frac{1}{2}\,; \frac{4}{7}[.$$

Exercice 11

Résoudre les inéquations en utilisant un tableau de signes :

1. $\dfrac{6x - 5}{3x^2 - x - 2} \geqslant 0$. Les valeurs interdites sont les solutions éventuelles de $3x^2 - x - 2 = 0$.
Ici $\Delta = 25$ et les solutions sont $x_1 = \dfrac{1 - 5}{6} = -\dfrac{2}{3}$ et $x_2 = \dfrac{1 + 5}{6} = 1$. Le numérateur s'annule en $x = \dfrac{5}{6}$. En utilisant le tableau de signes de $\dfrac{6x - 5}{3x^2 - x - 2}$ on obtient :
$$S =]-\frac{2}{3}\,; \frac{5}{6}] \cup [1\,; +\infty[.$$

2. Pour $x \neq \dfrac{2}{3}$ et $x \neq \dfrac{4}{3}$ on a :
$\dfrac{2x+7}{3x-2} \leqslant \dfrac{5x+4}{-3x+4} \Leftrightarrow \dfrac{5x+4}{-3x+4} - \dfrac{2x+7}{3x-2} \geqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{21x^2+15x-36}{(3x-2)(-3x+4)} \geqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{7x^2+5x-12}{(3x-2)(-3x+4)} \geqslant 0.$
Le numérateur s'annule en $x = 1$ et en $x = -\dfrac{12}{7}$ (ici $\Delta = 361 = 19^2$). En étudiant le tableau de signes de $\dfrac{7x^2+5x-12}{(3x-2)(-3x+4)}$ on obtient :
$$S = [-\frac{12}{7}\,;\frac{2}{3}[\cup[1\,;\frac{4}{3}[$$

Exercice 12

Résoudre les équations :

1. $|3x+2| \geqslant 5 \Leftrightarrow |3x+2|^2 \geqslant 25 \Leftrightarrow (3x+2)^2-25 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow 3(3x+7)(x-1) \geqslant 0.$
Donc $S =]-\infty\,;-\dfrac{7}{3}] \cup [1\,;+\infty[$.
2. $|7x-3| \leqslant |1-9x| \Leftrightarrow (7x-3)^2 \leqslant (1-9x)^2$
$\Leftrightarrow (9x-1)^2 - (7x-3)^2 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow (16x-4)(2x+2) \geqslant 0 \Leftrightarrow (4x-1)(x+1) \geqslant 0.$
Donc $S =]-\infty\,;-1] \cup [\dfrac{1}{4}\,;+\infty[$.

Exercice 13

1. Résoudre mentalement :
   (a) Pour $2x = -x+1$, $S = \{\dfrac{1}{3}\}$
   (b) Pour $x^2 = 2x$, $S = \{0;\ 2\}$.
   (c) Pour $(x+1)^2 = 4x^2$, $S = \{-\dfrac{1}{3};\ 1\}$.
2. Résoudre les inéquations suivantes :
   (a) Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$ on a :
   $x+\sqrt{x} \leqslant 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leqslant 2-x \Leftrightarrow \sqrt{x} \leqslant 2-x$.
   Comme $\sqrt{x} \geqslant 0$, on a nécessairement $x \in [0\,;2]$.
   Comme la fonction carrée est croissante sur $[0\,;+\infty[$ on a pour tout $x \in [0\,;2]$:
   $\sqrt{x} \leqslant 2-x \Leftrightarrow x \leqslant (2-x)^2$
   $\Leftrightarrow x \leqslant x^2-4x+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geqslant 0.$
   Grâce au tableau de signes de x^2-5x+4, on a $S = [0\,;1]$.
   (b) Pour tout $x \in [-3\,;+\infty[$ on a :
   $\sqrt{x^2+1} \leqslant \sqrt{x+3}$
   $\Leftrightarrow x^2+1 \leqslant x+3$
   car la fonction carrée est croissante sur $[0\,;+\infty[$
   Donc $\sqrt{x^2+1} \leqslant \sqrt{x+3}$
   $\Leftrightarrow x^2-x-2 \leqslant 0$
   En utilisant le tableau de signes de x^2-x-2 on obtient $S = [-1\,;2]$
   (c) Comme la fonction carrée est croissante sur $[0\,;+\infty[$ on a pour tout $x \in [-\dfrac{1}{2}\,;+\infty[$:
   $|x+1| \leqslant \sqrt{2x+1} \Leftrightarrow |x+1|^2 \leqslant \sqrt{2x+1}^2$
   $\Leftrightarrow (x+1)^2 \leqslant 2x+1 \Leftrightarrow x^2 \leqslant 0.$
   Donc $S = \{0\}$.

Exercice 14

1. Résoudre les équations suivantes :
   (a) Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$ on a :
   $\sqrt{x+2} = \sqrt{x}+\sqrt{2} \Leftrightarrow x+2 = (\sqrt{x}+\sqrt{2})^2$
   $\Leftrightarrow x+2 = x+2\sqrt{2x}+2 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x} = 0$
   $\Leftrightarrow x = 0.$
   Donc $S = \{0\}$
   (b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
   $3x+2+\sqrt{2x^2+1} = \sqrt{8x^2+4}$
   $\Leftrightarrow 3x+2+\sqrt{2x^2+1} = 2\sqrt{2x^2+1}$
   $\Leftrightarrow 3x+2 = \sqrt{2x^2+1}.$
   On a nécessairement $x \in [-\dfrac{2}{3}\,;+\infty[$.
   Pour tout $x \in [-\dfrac{2}{3}\,;+\infty[$ on a
   $3x+2 = \sqrt{2x^2+1} \Leftrightarrow (3x+2)^2 = 2x^2+1$
   $\Leftrightarrow 9x^2+12x+4 = 2x^2+1$
   $\Leftrightarrow 7x^2+12x+3 = 0.$
   $\Delta = 60;\ x_1 = \dfrac{-6-\sqrt{15}}{7} \notin [-\dfrac{2}{3}\,;+\infty[$
   et $x_2 = \dfrac{-6+\sqrt{15}}{7} \in [-\dfrac{2}{3}\,;+\infty[$.
   Donc $S = \{\dfrac{-6+\sqrt{15}}{7}\}$.
   (c) $x+|x+1| = |x| \Leftrightarrow f(x) = 0.$ où $f(x) = x+|x+1|-|x|$.
   A l'aide d'un tableau on a :
   Pour tout $x \in]-\infty\,;-1]$:
   $f(x) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ impossible car $1 \notin]-\infty\,;-1]$.
   Pour tout $x \in]-1\,;0]$:
   $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$.
   Pour tout $x \in]0\,;+\infty]$:
   $f(x) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ impossible car $-1 \notin]0\,;+\infty]$. Donc $S = \{-\dfrac{1}{3}\}$.
   (d) $\sqrt{x+\sqrt{x+1}} = 1$
   $\Leftrightarrow (x \geqslant -1 \text{ } et \text{ } x+\sqrt{x+1} = 1)$.
   Sur $[-1\,;+\infty[$ on a :
   $x+\sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1-x$.
   Comme $\sqrt{x+1} \geqslant 0$, on a nécessairement $1-x \geqslant 0$, soit $x \in [-1\,;1]$.
   Sur $[-1\,;1]$ on a :
   $\sqrt{x+1} = 1-x \Leftrightarrow x+1 = x^2-2x+1 \Leftrightarrow\Leftrightarrow$
   $x^2-3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$∅ù$x = 3$.
   Or $3 \notin [-1\,;1]$, donc $S = \{0\}$.
2. Résoudre les inéquations suivantes :

(a) Sur $[0\,;+\infty[$ on a :
$x+1+\sqrt{x} \leqslant \sqrt{x+1}$
$\Leftrightarrow x+1 \leqslant \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\Leftrightarrow (x+1)^2 \leqslant (\sqrt{x+1}-\sqrt{x})^2$
$\Leftrightarrow\ x^2+2x+1 \leqslant 2x+1-2\sqrt{x(x+1)}$
(car la fonction carrée est croissante sur $\mathbb{R}_+$)
$\Leftrightarrow x^2+2x+1 \leqslant 2x+1-2\sqrt{x(x+1)}$
$\Leftrightarrow 0 \leqslant x^2 \leqslant -2\sqrt{x(x+1)} \leqslant 0 \Leftrightarrow x=0$

(b) Montrons tout d'abord que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x+\sqrt{x^2+1} \geqslant 0$. En effet, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x+\sqrt{x^2+1} \geqslant x+\sqrt{x^2} = x+|x| \geqslant 0$.
On a donc
$x+\sqrt{x^2+1} \geqslant \sqrt{2x^2+1}$
$\Leftrightarrow (x+\sqrt{x^2+1})^2 \geqslant 2x^2+1$
$\Leftrightarrow 2x^2+1+2x\sqrt{x^2+1)} \geqslant 2x^2+1$
$\Leftrightarrow 2x\sqrt{x^2+1)} \geqslant 0$
$\Leftrightarrow x \geqslant 0$ car $2\sqrt{x^2+1)} > 0$.
Donc $S=[0\,;+\infty[$.

(c) $|x|+|x+1| \leqslant |x+2| \Leftrightarrow f(x) \geqslant 0$
où $f(x)=|x+2|-|x|-|x+1|$.
En utilisant un tableau on obtient :
Sur $]-\infty\,;-2[$ on a
$f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x-1 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow x \geqslant 1$ impossible.
Sur $[-2\,;-1[$ on a
$f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow 3x+3 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow x \geqslant -1$ impossible.
Sur $[-1\,;0[$ on a
$f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x+1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \in [-1\,;0[$.
Sur $[0\,;+\infty[$ on a
$f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow 1-x \geqslant 0 \Leftrightarrow x \leqslant 1 \Leftrightarrow x \in [0\,;1]$.
Finalement, $S=[-1\,;1]$.

Exercice 15

Soient $a,\ b,\ c$ trois nombres réels.

Le but de cet exercice est de montrer que

$ab+bc+ca \leqslant a^2+b^2+c^2$

et qu'en cas d'égalité on a $a=b=c$.

1. Si $a=b=c=0$ alors $ab+bc+ca=a^2+b^2+c^2=0$.
2. On suppose que $a,\ b$ et c ne sont pas tous nuls.
   On pose $P(x)=(ax+b)^2+(bx+c)^2+(cx+a)^2$, $A=a^2+b^2+c^2$ et $B=ab+bc+ca$.
   (a) $P(x)=Ax^2+2Bx+A$.
   (b) Comme $a,\ b$ et c ne sont pas tous nuls on a $A \neq 0$. Donc $P(x)$ est un trinôme.
   $P(x)$ est la somme de trois carrés, donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $P(x) \geqslant 0$, donc son discriminant $\Delta = 4B^2-4A^2 \leqslant 0$. Donc $B^2 \leqslant A^2$, soit $|B| \leqslant |A[$. Or $A \geqslant 0$ et $B \leqslant |B[$, d'où $B \leqslant A$.
   (c) Si $A=B$ alors $\Delta = 4B^2-4A^2=0$. Dans ce cas l'équation $P(x)=0$ admet une unique solution, à savoir $x_0=-\dfrac{B}{A}=-1$.
   (d) Si $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ alors, d'après 2.(c) $P(-1)=0$. Or $P(-1)=(-a+b)^2+(-b+c)^2+(-c+a)^2$, d'où $a=b=c$.
3. Si $a_1,\ ,\ \cdots, a_n$ sont des nombres réels on a $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_{n-1}a_n+a_na_1 \leqslant a_1^2+\cdots+a_n^2$.
   Si $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_{n-1}a_n+a_na_1 = a_1^2+\cdots+a_n^2$ alors $a_1=\cdots=a_n$.
   Pour démontrer ces résultats on reprend les mêmes étapes que dans 1) et 2) en posant $P(x)=(a_1x+a_2)^2+(a_2x+a_3)^2+\cdots+(a_{n-1}x+a_n)^2+(a_nx+a_1)^2$, $A=a_1^2+\cdots+a_n^2$ et $C=a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_{n-1}a_n+a_na_1$.