

Exercice 1

Développer et réduire mentalement :

1. $A = x(5x + 2) - 2x$
2. $B = (2x + 3)(3x + 2) - 13x - 6$
3. $C = (2x + 3)(2x - 3) + 9$
4. $D = (5x + 3)(2x + 1) - (7x + 4)(x + 1)$
5. $E = (5x + 3)^2 - 30x - 9$

Exercice 2

Factoriser mentalement :

1. $A = x(4x + 1) - x(3x + 5)$
2. $B = (2x - 5)(13x + 5) - (2x - 5)(3x + 2)$
3. $C = (7x + 3)^2 - 9$
4. $D = x^2 + 16x + 64$
5. $E = x^2 - 18x + 81$

Exercice 3

Développer et réduire mentalement :

1. $A = (x + y)^2 + (x - y)^2$
2. $B = (x + y)^2 - (x - y)^2$
3. $C = (x + y)^2 + (2x + 2y)^2$
4. $D = (2x + 2y)^2 - (x + y)^2$
5. $E = (x + y)(3x - 3y)$

Exercice 4

Développer et réduire les expressions suivantes :

1. $A = (2x + 3)^2 - (7x - 3)^2$.
2. $B = -(-2x + 3)(2x + 3) + 2(2x - 3)(4x - 12)$.
3. $C = (x + 3y)^2 + (3x - y)^2$.
4. $D = (x + 3y)^2 - (3x - y)^2$.

Exercice 5

Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 2x^2 - 50$.
2. $B = (5x + 3)^2 - (3x - 4)^2$.
3. $C = 4x^2 - 49(x - 6)^2$.
4. $D = x^2 - 2x + 1$.
5. $E = 2x^2 + 8x + 8$.

Exercice 6

Calculer et mettre sous forme irréductible les expressions suivantes :

1. $A = \frac{5}{6} - \frac{7}{18} + \frac{3}{5}$
2. $B = \left(5 - \frac{3}{8}\right) \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{7}\right)$
3. $C = \frac{\frac{5}{3} - \frac{7}{2}}{2 - \frac{5}{6}}$
4. $D = \frac{3 - 5\left(\frac{10}{3} - 4\right)}{1 - \frac{3}{4}}$
5. $E = \frac{-2 + \frac{11}{8}}{\frac{5}{9} - 1} \cdot \frac{1}{3 + \frac{9}{4}}$

Exercice 7

Simplifier :

1. $A = 7 \times 2^{16} - 3 \times 2^{17}$.
2. $B = \frac{2^{-15} \times (-3)^7 \times 15^{-30} \times 14^3}{6^{17} \times 15^{-30} \times 21^3}$.
3. $C = 1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2016}$.
4. $D = 1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-2016}$.
5. $E = 1 - 2^{-1} + 2^{-2} - \dots + 2^{-2016}$.

Exercice 8

Simplifier :

1. $A = \sqrt{50} - 5\sqrt{18}$.
2. $B = \left(\sqrt{2 + \sqrt{2}} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}\right)^2$.
3. $C = \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$.
4. $D = \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$.
5. $E = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6} + 2}$

Exercice 9

Ecrire sous forme canonique :

1. $f(x) = 2x^2 + x + 1$.
2. $g(x) = 3x^2 + 4x - 5$.

Exercice 10

Résoudre les inéquations en utilisant un tableau de signes :

1. $(2x + 6)^2 \geq (7x + 9)^2$.
2. $(5 - 4x)(3x - 4) \leq (-6x + 8)(2x - 3)$.
3. $(3 - 5x)(2x + 1) > 4x^2 - 1$.

Exercice 11

Résoudre les inéquations en utilisant un tableau de signes :

1. $\frac{6x - 5}{3x^2 - x - 2} \geq 0$.
2. $\frac{2x + 7}{3x - 2} \leq \frac{5x + 4}{-3x + 4}$.

Exercice 12

Résoudre les équations :

1. $|3x + 2| \geq 5$.
2. $|7x - 3| \leq |1 - 9x|$.

Exercice 13

1. Résoudre mentalement :
 - (a) $2x = -x + 1$
 - (b) $x^2 = 2x$
 - (c) $(x + 1)^2 = 4x^2$
2. Résoudre les inéquations suivantes :
 - (a) $x + \sqrt{x} \leq 2$
 - (b) $\sqrt{x^2 + 1} \leq \sqrt{x + 3}$
 - (c) $|x + 1| \leq \sqrt{2x + 1}$

Exercice 14

1. Résoudre les équations suivantes :

- (a) $\sqrt{x + 2} = \sqrt{x} + \sqrt{2}$.
- (b) $3x + 2 + \sqrt{2x^2 + 1} = \sqrt{8x^2 + 4}$.
- (c) $x + |x + 1| = |x|$.
- (d) $\sqrt{x + \sqrt{x + 1}} = 1$.

2. Résoudre les inéquations suivantes :

- (a) $x + 1 + \sqrt{x} \leq \sqrt{x + 1}$
- (b) $x + \sqrt{x^2 + 1} \geq \sqrt{2x^2 + 1}$
- (c) $|x| + |x + 1| \leq |x + 2|$

Exercice 15

Soient a , b , c trois nombres réels.

Le but de cet exercice est de montrer que

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$$

et qu'en cas d'égalité on a $a = b = c$.

1. Vérifier que dans le cas où $a = b = c = 0$ on a $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$.
2. On suppose que a , b et c ne sont tous nuls. On pose $P(x) = (ax + b)^2 + (bx + c)^2 + (cx + a)^2$, $A = a^2 + b^2 + c^2$ et $B = ab + bc + ca$.
 - (a) Exprimer $P(x)$ en fonction de A et B .
 - (b) Montrer que $B \leq A$.
 - (c) Montrer que si $A = B$ alors l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution.
 - (d) En déduire que si $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ alors $a = b = c$.
3. Pourriez-vous généraliser ces résultats ? Si oui comment procéderiez-vous ?