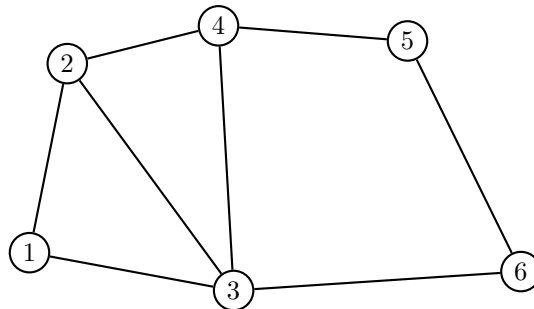


**Exercice 1**

On considère le graphe suivant :



1. Déterminer la liste d'adjacence de ce graphe.
2. Compléter le tableau des distances séparant les sommets et en déduire le diamètre de ce graphe.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

**Exercice 2**

Montrer qu'un graphe simple non orienté a au moins deux sommets avec le même degré. Avez-vous jamais remarqué que dans un groupe de personnes, il y a toujours deux individus qui connaissent exactement le même nombre de membres du groupe ?

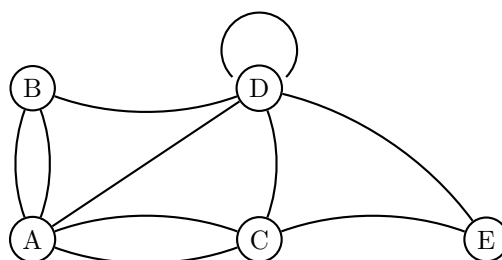
**Exercice 3**

Une maison, construite sur un niveau possède 18 ouvertures (portes ou fenêtres) et chaque pièce a deux ouvertures sur l'extérieur et 2 autres sur l'intérieur. Combien de pièces cette maison possède-t-elle ?

**Exercice 4**

Cinq étudiants habitent dans la même ville mais en des lieux distincts que l'on représentera par des sommets  $A, B, C, D$  et  $E$ . Ils décident de s'entraîner à la course à pied.

La situation géographique est modélisée par le graphe  $G$  ci-dessous.



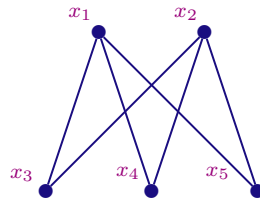
Pour faciliter les calculs, on suppose que chaque arête mesure 2,5 km.

1. Ecrire la matrice d'adjacence de  $G$ .
2. Expliquer comment, à l'aide cette matrice, on peut trouver l'étudiant qui peut rendre visite au plus grand nombre d'amis en ne parcourant que 2,5 km.

3. (a) Anatole, qui habite en  $A$ , cherche à connaître combien de boucles différentes de kilomètres, il peut faire. Pouvez-vous l'aider ?
- (b) Quel étudiant dispose du plus faible nombre de boucles de 10 kilomètres ?

**Exercice 5**

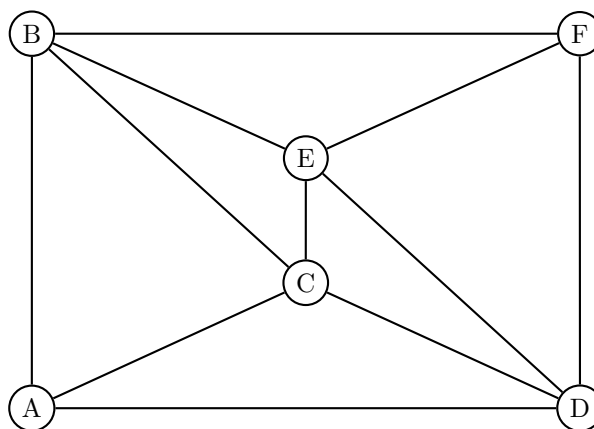
On considère le graphe dit biparti complet noté  $K_{2,3}$  représenté par



1. Écrire la matrice d'adjacence  $A$  de  $K_{2,3}$  et calculer  $A^2$  puis  $A^3$ .
2. Combien a-t-on de chaîne de longueur 2 dans le graphe ?
3. Combien a-t-on de chaînes de longueur 3 au départ de  $a_1$  ?

**Exercice 6**

On considère le graphe  $G$  suivant :



1. Le graphe  $G$  est-il connexe ? Expliquer la réponse.
2. Le graphe  $G$  admet-il des chaînes eulériennes ? Si oui, en préciser une.
3. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe  $G$ . Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
4. Déterminer la matrice  $M$  associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).

5. On donne  $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  et  $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 8 & 10 & 6 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 8 & 11 & 8 & 11 & 11 & 6 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 11 & 11 & 8 & 8 \\ 5 & 10 & 6 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$ .

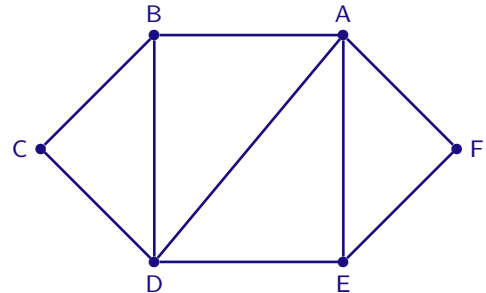
- (a) Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 partant du sommet  $A$  et aboutissant au sommet  $F$ . Citer alors toutes ces chaînes.
- (b) Déterminer la distance en  $A$  et  $F$
- (c) Déterminer le diamètre du graphe.
- (d) Déterminer le degré de centralité et d'intermédiarité de  $F$ .

**Exercice 7**

**partie a**

Le graphe suivant modélise le plan d'une zone résidentielle. Les arêtes du graphe représentent les rues et les sommets du graphe les carrefours.

1. Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces rues sans emprunter plusieurs fois la même rue :
  - (a) en partant d'un carrefour et en revenant à son point de départ ? Justifier la réponse.
  - (b) en partant d'un carrefour et en arrivant à un carrefour différent ? Justifier la réponse.



**partie b**

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué, pour cette même zone résidentielle, le sens de circulation pour les véhicules sur les différentes rues.

1. Expliquer pourquoi le sommet F représente une impasse.
2. Écrire la matrice  $M$  associée à ce graphe (on rangera les sommets dans l'ordre alphabétique)
3. En partant du carrefour C quel est le nombre minimal de rues qu'il faut emprunter pour arriver en E ?
4. Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 qui arrivent en F ?
5. Quel est le plus grand chemin à parcourir.
6. Le graphe-est-il fortement connexe ?
7. Déterminer le degré de centralité et d'intermédiarité de A.

