TP11

Sommes doubles

Exercice 1 Calculer les sommes doubles suivantes:

(1) $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq j\leq n} ij$ (2) $\displaystyle\sum_{1\leq i<j\leq n} (i+j)$ (3) $\displaystyle\sum_{0\leq i,j\leq n} 2^{i+j}$ (4) $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq j\leq n} \frac{i}{j}$

Exercice 2 1. On considère la procédure suivante:

```
n=input('Donner une valeur de n: ')
S=0
for i=1:n do
    for j=1:n do
        if i>j then
            S=S+j
        else
            S=S+i
        end
    end
end
disp(S)
```

(a) Entrer dans l'éditeur de Scilab cette procédure. Tester pour différentes valeurs de n. A quoi correspond la valeur de S donnée en sortie?

(b) Exprimer S en fonction des trois sommes $\displaystyle\sum_{1\leq i<j\leq n} i$, $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq n} i$ et $\displaystyle\sum_{1\leq j<i\leq n} j$.

(c) En déduire une expression de S en fonction de n.

2. On s'intéresse maintenant à la somme $T_n = \displaystyle\sum_{1\leq i,j\leq n} \max(i,j)$.

Construire une procédure qui, étant donné un entier $n\geq 1$, calcule T_n.

3. Pour finir, on considère la somme $U_n = \displaystyle\sum_{1\leq i,j\leq n} |i-j|$.

(a) Construire une procédure qui, étant donné un entier $n\geq 1$, calcule U_n.

(b) Calculer U_n "à la main" et vérifier avec les résultats obtenus avec Scilab.

Exercice 3 Soit $q\neq 1$. Le but de cet exercice est d'obtenir une formule pour la somme $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} jq^j$.

1. Montrer que $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq j\leq n} q^j = \sum_{j=1}^{n} jq^j$.

2. En déduire la valeur de $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} jq^j$.