

À retenir

- ★ La bibliothèque de Python utilisée dans ce TP est la bibliothèque `numpy.random` que l'on importe avec

```
import numpy.random as rd
```

Exercice 1. ★ Créer le script

```
rd.randint(6)
```

Testez le.

- ★ Créer un script qui permet d'afficher les résultats d'une simulation d'un dé à 6 faces.

À retenir

- ★ La commande `rd.randint(n)`, où n est un entier naturel, permet de simuler l'affichage aléatoire d'un nombre entier allant de 0 à $n - 1$

Exercice 2. ★ Tester la commande `rd.randint(m,n)`, avec m et n étant deux entiers naturels.

- ★ Tester la commande `rd.randint(m,n,p)` avec m , n et p étant trois entiers naturels.

À retenir

- ★ La commande `rd.randint(n,m,p)`, où n, m, p sont des entiers naturels, permet de

Exercice 3. Écrire un script qui :

- ★ Choisit au hasard un nombre x allant de 1 à 100;
- ★ Demande à l'utilisateur d'entrer un nombre y ;
- ★ Renvoie comme message à l'utilisateur "trop grand" (resp. "trop petit") si $x < y$ (resp. $x > y$), et redemande un nombre y , tant que $x \neq y$;
- ★ En cas de succès, annonce le nombre de tentatives de l'utilisateur.

Exercice 4. On lance 10 fois un dé équilibré à 6 faces. On cherche combien de fois le 6 apparaît.

1. Créer un script qui détermine le nombre de fois que 6 apparaît au cours des 10 lancers.
2. Cette expérience est répétée 1000 fois.
3. Construire une fonction qui calcule les fréquences avec lesquelles le 6 apparaît 0 fois, 1 fois, 2 fois, ..., 10 fois et trace un diagramme représentant les fréquences d'apparitions de la face 6 au cours de ces 1000 expériences.

Exercice 5. ★ Créer un script qui permet de donner le rang d'apparition de la première fois où 6 apparaît.

- ★ Créer un script qui permet de donner le rang d'apparition de la première fois que le double 6 apparaît à la suite.

À retenir

La commande `rd.random()` permet de simuler l'affichage aléatoire d'un nombre pris dans $[0; 1[$.

Exercice 6. 1. Compléter et tester le script suivant pour qu'il simule le lancer d'une pièce dont la probabilité d'obtenir pile est 0,3

```
if rd.random() < 0.3
    print(...)
else
    print(...)
```

Exercice 7. Un dé cubique, dont les faces sont numérotées de 1 à 6, est tel que, lorsqu'on le lance, le 6 sort trois fois plus que le 1 alors que les numéros 1, 2, 3, 4 et 5 ont autant de chances d'apparaître.

1. Quelle est la probabilité de sortie de chaque numéro ?

2. Construire une procédure qui simule le lancer de ce dé ?
3. On lance n fois ce dé. Construire une procédure qui calcule la fréquence d'apparition de chacun des numéros et trace un diagramme représentant ces fréquences.
4. Tester pour $n = 1000$, $n = 10000$ et commenter les résultats obtenus.
5. Quelle est la probabilité de sortie d'un numéro pair ?
6. Construire une procédure qui calcule la fréquence d'apparition d'un nombre pair lors de n lancers de ce dé.
7. Tester pour $n = 1000$, $n = 10000$ et commenter les résultats obtenus.

Exercice 8. On lance une infinité de fois une pièce telle que la probabilité de faire pile soit égale $\frac{1}{3}$.

1. Proposer une suite d'instructions qui permet de simuler un lancer de cette pièce (on représentera pile par 1 et face par 0).
2. Créer une fonction qui, étant donné un entier naturel non nul n , affiche le nombre de piles obtenus au cours des n premiers lancers.
3. Modifier la fonction précédente pour obtenir la fréquence d'apparition du pile au cours de n lancers.
4. Tester pour $n = 10$, $n = 100$, $n = 1000$, $n = 10000$ et commenter les résultats obtenus.
5. Construire une fonction calcul la moyenne du rang d'apparition du lancer où on obtient le premier pile pour n expériences.

Exercice 9. On considère la marche aléatoire d'un individu sur l'ensemble \mathbb{Z} :

★ À l'instant 0, l'individu est à l'abscisse 0 ;

★ à tout instant n , il se déplace d'une unité à gauche ou à droite avec la même probabilité.

1. Construire une procédure qui, étant donné un entier $n \in \mathbb{N}$, donne l'abscisse où se situe l'individu à l'instant n .
2. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on note A_n l'événement : l'individu est revenu à la case départ à l'instant n ?
 - (a) Que dire de l'événement A_n si n est impair ?
 - (b) Calculer la probabilité p_n que l'événement A_n soit vrai.
 - (c) Construire une procédure qui, étant donné un entier naturel n , affiche un message expliquant si l'événement A_n est réalisé ou non.

Exercice 10. 1. Montrer que la probabilité p_n qu'au moins deux étudiants d'une même classe de n étudiants (n étant un entier supérieur ou égal à 2) aient leur anniversaire le même jour est donnée par la formule suivante (on exclu les années bissextiles) :

$$p_n = 1 - \prod_{k=0}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{365}\right)$$

2. Écrire une procédure permettant de calculer et d'afficher p_n , l'entier naturel n étant saisi par l'utilisateur.
3. Calculer la probabilité p_n pour la classe d'ECO 1.
4. En calculant p_n pour différentes valeurs de n , conjecturer sur la limite de la suite (p_n) et interpréter.
5. Modifier la procédure précédente afin de déterminer l'entier n (nombre d'étudiants de la classe) à partir duquel la probabilité p_n dépasse $\frac{1}{2}$.